

图像去噪中的纹理保护方法研究

姚伟 孙即祥

(国防科学技术大学电子科学与工程学院, 长沙 410073)

摘要 基于偏微分方程及变分极值最小化的图像平滑方法可以有效地去除噪声,而且能够保护边缘信息,但由于噪声及纹理难以区分,使得纹理信息无法保留。提出一种纹理保护滤波算法,该算法利用图像分解模型将图像分解为几何结构分量及噪声/纹理分量,计算后者的局部方差,与传统变分能量最小化方法中的偏差惩罚项结合形成随纹理变化的约束,得到的模型在纹理区域滤波减少,从而保护了纹理信息。实验在视觉效果上得到了预期的结果,信噪比的计算对比也可以证明算法的有效性。

关键词 纹理保护 滤波 局部方差 自适应约束 图像分解

中图法分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2010)05-723-06

Studies on Texture Preserving Image Denoising Methods

YAO Wei, SUN Jixiang

(College of Electrical Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Abstract Image smoothing algorithms based on PDE and variational formulation minimization can denoise effectively while preserving the edge information, but the texture information can not be kept as the noise and texture are difficult to discriminate. A new texture preserving filter is proposed. The new algorithm first uses image decomposition model to separate image into the geometry part and the noise/texture part, then calculates the local variance of the latter which is incorporated with the traditional deviation cost to form a spatially adaptive constraint. The new filter smoothes less in the texture regions, thus could preserve the texture information. The visual effect and data analysis of the experiment result proves the effectiveness of the algorithm.

Keywords texture preserving filter, local variance, adaptive constraint, image decomposition

0 引言

基于偏微分方程(PDE)与变分极值最小化的图像处理算法已有20年的历史,两类算法有紧密的联系,其主要特点是可以根据图像特征不同而进行自适应滤波。由Rudin, Osher, Fatemi提出的最小化能量泛函模型(ROF模型)^[1],在图像边缘处抑制平滑,在区域内则增加平滑量,可以得到有效去除噪声并保持边缘尖锐的效果,为经典模型之一。文献[2]将变分约束改进为梯度模函数的积分,文献[3-5]将模型扩展对矢量图像(如彩色图像、高光谱图像)进行了

处理,文献[6-7]对参数的选择及数值求解时的迭代停止条件进行了研究,Chan和Wang在模型中加入了点扩展函数的约束^[8],可以求解盲恢复问题。

Meyer发展了ROF模型,将去噪后图像置于有界变差空间(BV)中研究,并提出了更适于处理噪声/纹理的G空间^[9],新模型可以将图像分解为几何结构分量和噪声/纹理分量,后者又称为振动分量,故又被图像分解模型,近年来得到了极大的关注^[10-16]。Meyer模型的优点是分解出的振动分量不含有图像结构信息,故相应的结构分量也保留得更多,但原始模型难以计算,文献[13-14]提出了方便计算的近似模型。

收稿日期:2008-12-19; 改回日期:2009-02-24

第一作者简介:姚伟(1981—),男,现为国防科学技术大学电子科学与工程学院博士研究生。主要研究方向为计算机视觉与智能信息处理。E-mail: yaowe_i_arthur@163.com

原始 ROF 模型与后续很多改进模型都可以有效去噪并保护边缘,但与噪声有着类似特性的纹理结构在滤波过程中逐渐模糊。文献[17-18]采用经典的金字塔模型^[19]对图像进行分解,并结合 ROF 模型构造了自适应约束项,新模型在纹理结构处会减少平滑,从而在一定程度上保护了纹理特征。Meyer 模型分解出的振动分量可以更好地描述噪声/纹理,可以更简单地构造自适应约束项,从而在滤波过程中保护纹理分量。实验结果表明,本文方法不仅可以保护边缘,也能够保护纹理信息。

1 相关研究

ROF 模型^[1]是一种变分能量最小化的去噪模型,能量函数为

$$E(u) = \int_{\Omega} \left(|\nabla u| + \frac{1}{2} \lambda (u - u_0)^2 \right) dx dy \quad (1)$$

式中, u_0 为含有噪声的降质图像, $\Omega \in \mathbf{R}^2$ 为图像区域, $\lambda > 0$, u 为所求解的去噪图像。右边积分式内第 1 项为平滑约束,第 2 项为偏差惩罚项,这两项的共同作用使得最小化的结果为平滑的图像。文献[2]将模型式(1)发展为

$$E(u) = \int_{\Omega} \left(\Phi(|\nabla u|) + \frac{1}{2} \lambda (u - u_0)^2 \right) dx dy \quad (2)$$

式中, $\Phi(\cdot)$ 一般为增函数。

Meyer 提出的模型为^[9]

$$\inf_{u_0 = u+v} (J(u) + \lambda \|v\|_c) \quad (3)$$

这里, $u \in BV(\Omega)$ 表示图像的几何结构分量, $v \in G(\Omega)$ 表示图像的纹理/噪声分量。Meyer 模型适用于定义域为 \mathbf{R}^2 的函数,在图像处理的应用中其定义域应为 Ω ^[16]。 $J(u)$ 为 u 在有界变差空间中总变分

$$J(u) = \sup \left\{ \int_{\Omega} u(x, y) \operatorname{div}(\xi(x, y)) dx dy : \xi \in C_c^1(\Omega; \mathbf{R}^2), \|\xi\|_{L^\infty(\Omega)} \leq 1 \right\} \quad (4)$$

$G(\Omega)$ 是 $W_0^{-1,\infty}(\Omega)$ 的子空间,与 $BV(\Omega)$ 的对偶空间有紧密联系,空间中变化剧烈的模式具有小范数,适合研究图像 v 分量,尤其是纹理分量。设 $v \in G(\Omega)$, 则有如下性质:

$$v(x, y) = \operatorname{div}(g(x, y)) = \partial_x(g_1(x, y)) + \partial_y(g_2(x, y)) \quad (5)$$

式中, $g = (g_1, g_2)$ 。

空间范数定义为

$$\|v\|_c = \inf \left\{ \|g\|_{L^\infty(\Omega, \mathbf{R}^2)} = \operatorname{ess\,sup}_{(x,y) \in \Omega} |g| \right\} \quad (6)$$

式中, $|g| = (|g_1|^2 + |g_2|^2)^{1/2}$ 。此外可推出结论^[16]

$$G(\Omega) = \left\{ v \in L^2(\Omega) : \int_{\Omega} v = 0 \right\}$$

Meyer 模型中由于含有 L^∞ 范数,所以在数值求解上存在困难,常用的解决办法是求解其近似模型。文献[11]中采用的近似模型与 Meyer 模型的主要区别是用 $G_\mu(\Omega)$ 代替了 $G(\Omega)$, $G_\mu(\Omega) = \{ v \in G(\Omega) : \|v\|_c \leq \mu \}$ 。

2 本文算法

求解式(2)的一种方法是解基于其 Euler-Lagrange 方程的发展方程

$$\partial_t u = \operatorname{div} \left(\Phi'(|\nabla u|) \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \lambda(u_0 - u) \quad (7)$$

上式如果去掉右边的偏差惩罚项,迭代的最终结果将是原图像的均值图像,偏差惩罚项使得迭代结果与原始图像 u_0 差异不能过大, λ 则控制着差异的大小,文献[20]中的结论说明 λ 与尺度空间分析中的尺度参数作用类似,随着 λ 的减小(至 0),滤波逐渐加强,得到原图像的简化版(直至均值图像)。如果使 λ 在图像区域中随着纹理特征变化,则可以控制对纹理的滤波程度。

采用 Meyer 模型进行图像分解得到纹理/噪声分量 v ,定义下式为其局部方差^[17]:

$$S_v(x, y) = \int_{\Omega} (u_0(x', y') - m_{u_0, w}(x, y))^2 \times w(|x - x'|, |y - y'|) dx' dy' \quad (8)$$

式中, w 为归一化窗函数, $m_{u_0, w}(x, y)$ 为 u_0 以 (x, y) 为中心加窗 w 后的均值。提出一种新的变分能量最小化模型

$$\min_u E(u) = \min_u \int_{\Omega} \left(\Phi(|\nabla u|) + \frac{1}{2} \bar{\lambda} (u - u_0)^2 \right) dx dy \quad (9)$$

式中, $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}(x, y)$ 。由于 $\bar{\lambda}$ 值越大,滤波越趋于保留原图像特征,故 $\bar{\lambda}$ 与 S_v 应存在正比的关系。通过求解下式得到最后结果

$$\partial_t u = \operatorname{div} \left(\Phi'(|\nabla u|) \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \bar{\lambda}(u_0 - u) \quad (10)$$

模型式(10)中

$$\bar{\lambda} = c \frac{S_v - \min(S_v)}{\max(S_v) - \min(S_v)} \quad (11)$$

式中, c 为正常数。

3 数值计算

为求解 v 分量, 采用文献[11]中的 A^2BC 模型近似 Meyer 模型

$$\inf_{u_0 = u+v} \left(J(u) + \frac{1}{2\lambda} \int_{\Omega} (u_0 - u - v)^2 \right) \quad (12)$$

式中, $u \in BV(\Omega), v \in G_{\mu}(\Omega)$ 。离散情况下, 模型为

$$\inf_{(u,v) \in X \times X} \left(J_d(u) + \frac{1}{2\lambda} \|u_0 - u - v\|_X^2 + J_d^* \left(\frac{v}{\mu} \right) \right) \quad (13)$$

式中, $X = \mathbf{R}^{M \times N}$ 为离散图像空间 (M, N 分别为图像行列数), $J_d(u)$ 为 $J(u)$ 的离散形式:

$$J_d(u) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |(\nabla u)_{i,j}|$$

$(\nabla u)_{i,j}$ 为离散图像 u 的梯度。 J_d^* 为 J_d 的共轭函数^[21] (也称为 Legendre-Fenchel 变换)。然后采用与文献[8]类似的交替最小化方法, 轮换固定 u, v , 迭代求其最小值:

1) 固定 v , 求解极值问题

$$\inf_{u \in X} \left(J_d(u) + \frac{1}{2\lambda} \|u_0 - u - v\|_X^2 \right)$$

2) 固定 u , 求解极值问题

$$\inf_{v \in G_{\mu}^d} \|u_0 - u - v\|_X^2$$

上述两子问题采用投影算法^[22] 求解

$$u = f - v - P_{G_{\lambda}^d}(f - v)$$

$$v = P_{G_{\mu}^d}(f - u)$$

式中, P 为投影算子, G_{μ}^d 为 G_{μ} 对应的离散域空间。设定一阈值 ε , 当相邻两次迭代结果差值模的最大

值小于此阈值时, 迭代就停止。

这样就得到了图像的纹理/噪声分量 v , 按照式(8)求其局部方差, 其中的窗函数取方差为 σ 的高斯函数。式(10)采用显示 Euler 格式求解, 时间步长 $\tau \in (0, 0.25]$, $\Phi(s) = \sqrt{1 + \beta^2 s^2}$ 。

4 实验结果及分析

实验中本文算法与模型式(2)及文献[17]中的算法进行了对比。文献[17]中的算法与本文算法的差别在于, 分解算法使用的是经典的金字塔模型, 且 $\bar{\lambda}$ 采用迭代的方式不断演化:

$$\bar{\lambda} = (u - u_0) \operatorname{div} \left(\Phi'(|\nabla u|) \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) \frac{P_R}{\sigma_n^4} \quad (14)$$

式中, P_R 为剩余图像 (对应 v 分量), σ_n 为噪声标准差。实验中取 $\varepsilon = 0.0025, c = 0.15, \sigma = 5, \beta = 1$ 。

首先对合成图像进行实验对比, 如图1所示。原始图像为两矩形纹理区域与两矩形常值区域交叉在一起组成的合成图像, 对清晰图像加入方差为20的高斯白噪声, 然后采用模型式(2)、文献[17]中的方法与本文算法分别进行处理。本文方法迭代次数为100。

由于模型式(2)中 λ 为恒定值, 偏差项的惩罚在整个图像中都是一样的, 由处理结果可以看出常值区域中残留了较多噪声, 纹理区域的动态范围也变小, 虽然常值区域也可以获得图1(e)的结果, 但纹理区域就会变得更加平滑, 且算法参数也需要调整。文献[17]的方法效果非常优秀, 文献[20]中有实验将 Meyer 模型及 ROF 模型进行图像分解进行了结果对比, 结果是 Meyer 模型的结果较优, 同时

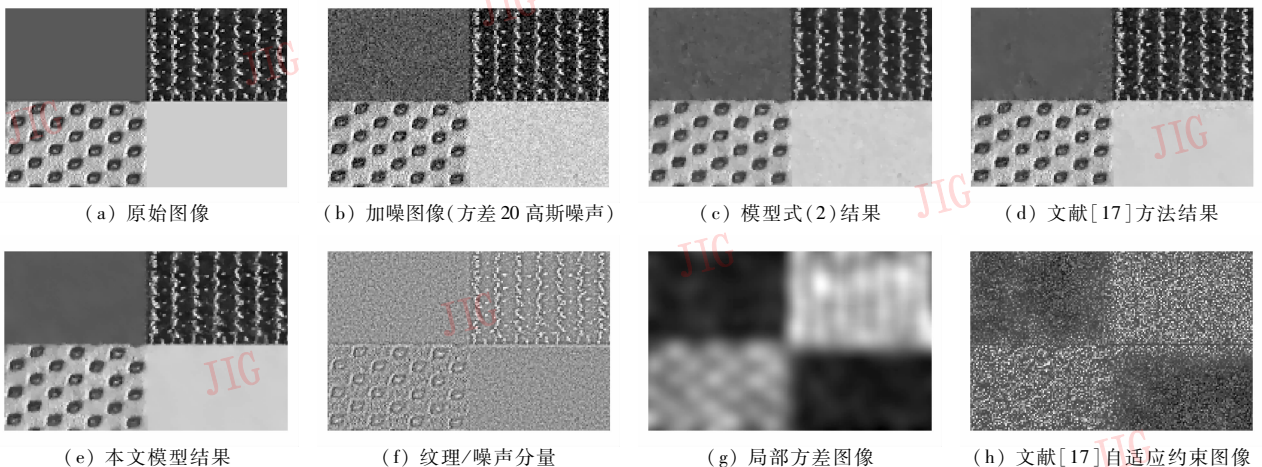


图1 3种滤波方法对合成图像实验结果对比
Fig. 1 Result comparison between three algorithms on synthetic image

文献[17]中自适应约束项选取方式与本文不同,导致结果有部分差异。本文方法中偏差惩罚项随着纹理特征变化,图 1(f)为纹理/噪声分量 v 的局部方差的形象示意,由处理结果可以看出,本文算法结果在常值区域剩余噪声较小,而在纹理区域保留了纹理特征。信噪比(SNR)的差别是由常值及纹理区域两者的处理结果差别共同影响的,本文算法不仅在常值区域得到更好的结果,纹理区域的对比度也更大,这使得与其他两个结果的 SNR 相差了 6.8 dB, 0.5 dB。

然后对 Barbara 图像进行实验,如图 2 所示。对标准清晰图像加入了方差为 14 的高斯噪声,然后采用模型式(2)、文献[17]中的方法与本文算法分别进行处理。本文方法迭代次数为 100。实验结果与图 1 实验略有不同。

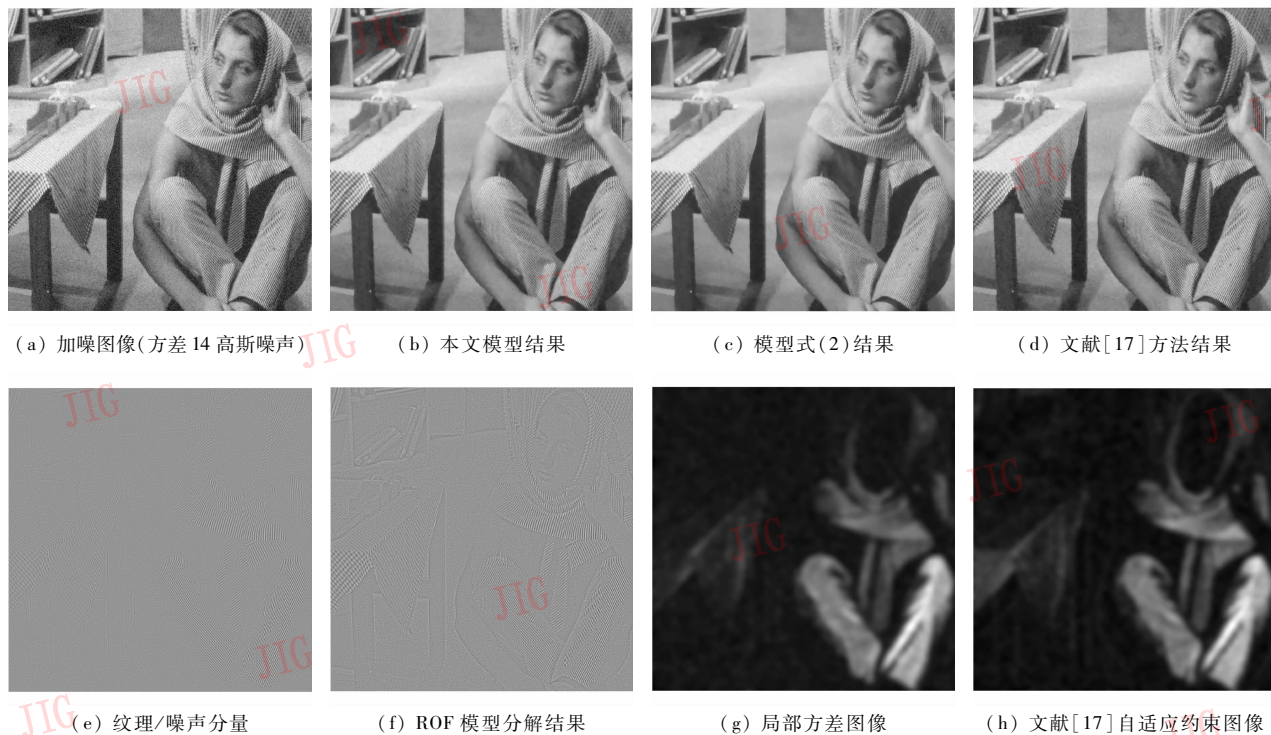


图 2 3 种滤波方法对 Barbara 图像的实验结果对比

Fig. 2 Result comparison between three algorithms on Barbara image

实验结果的信噪比(SNR)对比如表 1 所示,从结果对比可以看出,本文方法优于模型式(2)及文献[17]模型。信噪比的具体计算方法为^[23]:计算图像所有像素的局部方差,将其最大值作为信号方差,最小值作为噪声方差,计算其比值并转换为分贝数,然后用经验公式 $1.04 \times b - 7$ (b 为得到的方差比)修正。

模型式(2)的结果去除了噪声,同时也模糊了纹理;文献[17]的算法在纹理上的效果很好,但噪声去除不佳,导致其信噪比较低;本文算法在噪声和纹理之间保持了很好的均衡。这可以从图 2(e) ~ 图 2(h)中得到解释。文献[17]的算法采用了 ROF 算法作为其分解算法,但其中较多的含有结构信息,如图 2(f),而 Meyer 分解模型中则几乎只有纹理信息,如图 2(e),计算两图对应的能量,对图 2(e)(对图 2(f)类似)

$$E_{\text{Meyer}} = \left(\int_{\Omega} v^2 dx dy \right)^{1/2}$$

可以得到 $E_{\text{Meyer}} = 8637.6$, $E_{\text{ROF}} = 9506.6$ 。由于 ROF 算法分解出较多的结构信息,其能量多出 10%,且文献[17]中的 λ 要从常值初值迭代,最后才能得到与式(11)类似的值。

表 1 处理结果信噪比对比

Tab.1 SNR comparison of different result

	/dB		
	模型式(2)	文献[17]	本文方法
图 1	29.7	36.0	36.5
图 2	33.1	29.2	33.7

5 结论

基于偏微分方程及变分方法的图像去噪/恢复算法(如PM方程^[24])的处理结果通常类似于分块常数图像,噪声及纹理都被去除掉,其思想就是首先得到图像特征(如边缘、角点、纹理、直线等)的初步估计,然后对这部分的滤波进行抑制,从而得到去噪、恢复甚至增强的效果。本文基于这种思想提出了一种纹理保护滤波算法,可以较好地平衡去噪及纹理信息的保留。文献[14]中提出一种理想的图像分解模型将图像分解为几何结构、纹理结构、噪声三部分,这种分解模型如果实现,可以结合本文模型得到更好的结果。

本文模型适用于高斯噪声的情况,对于其他噪声的情况,已有文献进行了很多研究,如椒盐噪声^[25-27]、乘性相干斑噪声(Speckle)^[28-29],在这些噪声情况下的纹理保护滤波是后续研究内容之一。

参考文献 (References)

- [1] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. *Physica D*, 1992, 60(1-4): 259-268.
- [2] Blanc-Féraud L, Charbonnier P, Aubert G, et al. Nonlinear image processing: modelling and fast algorithm for regularization with edge detection [C]//Proceedings of the International Conference on Image Processing. Washington: IEEE Computer Society Press, 1995, 1: 474-477.
- [3] Sapiro G, Ringach D. Anisotropic diffusion of multivalued images with applications to color filtering [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1996, 5(11): 1582-1586.
- [4] Blomgren P, Chan T. Color TV: Total variation methods for restoration of vector-valued images [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 304-309.
- [5] Kimmel R, Malladi R, Sochen N. Images as embedded maps and minimal surfaces: movies, color, texture, and volumetric medical images [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2000, 39(2): 111-129.
- [6] Strong D, Chan T. Edge-preserving and scale-dependent properties of total variation regularization [J]. *Inverse Problems*, 2003, 19(6): 165-187.
- [7] Mrázek P. Selection of optimal stopping time for nonlinear diffusion filtering [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2003, 52(2/3): 189-203.
- [8] Chan T, Wong C. Total variation blind deconvolution [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 370-375.
- [9] Meyer Y. Oscillating Patterns in Image Processing and in Some Nonlinear Evolution Equations [M]//The Fifteenth Dean Jacquelines B Lewis Memorial Lectures. Boston: American Mathematical Society, 2001.
- [10] Aujol J F, Gilboa G, Chan T, et al. Structure-texture image decomposition-modeling, algorithms and parameter selection [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2006, 67(1): 111-136.
- [11] Aujol J F, Aubert G, Blanc-Féraud L, et al. Image decomposition into a bounded variation component and an oscillating component [J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2005, 22(1): 71-88.
- [12] Aujol J F, Chambolle A. Dual norms and image decomposition models [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2005, 63(1): 85-104.
- [13] Vese L A, Osher S J. Modeling textures with total variation minimization and oscillating patterns in image processing [J]. *Journal of Scientific Computing*, 2003, 19(11): 553-572.
- [14] Osher S J, Sole A, Vese L A. Image decomposition and restoration using total variation minimization and the H^{-1} norm [J]. *Journal of Multiscale Modeling and Simulation*, 2003, 1(3): 349-370.
- [15] Aujol J F, Kang S H. Color image decomposition and restoration [J]. *Journal of visual communication and image representation*, 2006, 17(4): 916-928.
- [16] Aubert G, Aujol J F. Modelling very oscillating signals: application to image processing [J]. *Applied Mathematics and Optimization*, 2005, 51(2): 163-182.
- [17] Gilboa G, Sochen N, Zeevi Y Y. Variational denoising of partly-textured images by spatially varying constraints [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(8): 2281-2289.
- [18] Gilboa G. Super-resolution algorithms based on inverse diffusion-type process [D]. Israel: Israel Institute of Technology, 2004.
- [19] Geman S, Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images [J]. *IEEE Transactions on PAMI*, 1984, 6(6): 721-741.
- [20] Aubert G, Kornprobst P. *Mathematical Problems in Image Processing-Partial Differential Equations and the Calculus of Variations* [M]. 2nd ed. New York: Springer, 2006.
- [21] Liu Guangzhong. *Convex Analysis and Extremum Problems* [M]. Beijing: High Education Press, 1991. [刘光中. 凸分析与极值问题 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1991.]
- [22] Chambolle A. An algorithm for total variation minimization and applications [J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2004, 20(1/2): 89-97.
- [23] Zou Mouyan. *Deconvolution and Signal Recovery* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2001. [邹谋炎. 反卷积和信号复原 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2001: 186-18.
- [24] Perona P, Malik J. Scale space and edge detection using anisotropic diffusion [C]//Proceedings of IEEE Computer Society Workshop on Computer Vision. Washington: IEEE Computer Society Press, 1987: 16-22.
- [25] Aliney S. A property of the minimum vectors of a regularizing

- functional defined by means of the absolute norm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(4): 913-917.
- [26] Nikolova M. A variational approach to remove outliers and impulse noise[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2004, 20(1-2): 99-120.
- [27] Bar L, Brook A, Sochen N, et al. Deblurring of color images corrupted by impulse noise [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(4): 1101-1111.
- [28] Tauber C, Batatia H, Ayache A. A robust speckle reducing anisotropic diffusion [C]//Proceedings of the International Conference on Image Processing. Washington: IEEE Computer Society Press, 2004, 1: 247-251.
- [29] Intajag S, Tipsuwanpon V, Cheevasuwit F. Anisotropic diffusion in synthetic aperture radars [C]//Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering. Washington: IEEE Computer Society Press, 2005: 277-281.